შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 55-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 9

04.05.2014/ მათ/IV/[illegible] M427

ამოცანა № 4

გვერდი № 1

P(x) მსგავსია Q(x) მთელკოეფიციენტებიანია. ე.ი. $|Q(3^{2012})|$-ის მინიმალური შესაძლო მნიშვნელობა თუ $P(16)=3^{2012}$.

ცხადია თუ $P(x)=3^{2012}$ და $Q(x)=3^{2012}$ მაშინ $|Q(3^{2012})| = 3^{2012}$ ე.ი. $|Q(3^{2012})| \leq 3^{2012}$

განვიხილოთ $Q(P(x))$ პოლინომი და მისი $|Q(P(x))|$-მნიშვნელობა თუ $x=16$ რადგან $P(16)=3^{2012}$

ცნობილი ფაქტია, რომ $A(x_1)-A(x_2) \vdots x_1-x_2$, სადაც A-მთელკოეფიციენტებიანია და $x_1; x_2$ მთელი რიცხვებია. ამიტომ $P(x)=(x-16)f(x)+3^{2012}$ სადაც $f(x)$-ის ერთეულოვანი მთელკოეფიციენტებიანია.

სხვას მსგავსი პოლინომებია $a_i = b_{\pi(i)}$. ე.ი. ნებისმიერი ერთი კოეფიციენტი $P(x)$-ის ახალ მოყვება და [illegible] განვიხილოთ ახალი პოლინომი $Q(x)-P(x)$

~~დავამტკიცოთ, რომ~~

დავუშვათ $|Q(3^{2012})| < 3^{2012}$ - და დავამტკიცოთ, რომ მივიღებთ წინააღმდეგობას. და [illegible] $|Q(3^{2012})| = 3^{2012}$

$Q(x)=(x-3^{2012})t(x)+?$ სადაც $t(x)$-ის ~~[illegible]~~ მთელკოეფიციენ- მთელია. ? - რიცხვი.

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 55-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 9

04.05.2014/ მათ/IV/ [illegible]

M427

ამოცანა № 5

გვერდი № 2(2)

ვინაიდან $\Delta NQB \sim \Delta PMB$ და $\Delta TSA \sim RMA$ და $\Delta SMT \sim MQN \sim \Delta SQK$

$MT = MN = NK = TK$ რადგან რომბია

და ვინაიდან ამ სამკუთხედების გვერდის შეფარდებები

$$\frac{ST}{MT} = \frac{MN}{QN} = \frac{SK}{KQ}$$

$ST \equiv z$ $QN \equiv x$ $MT \equiv a$ გამოვიდა რომ

$$\frac{z}{a} = \frac{a}{x} = \frac{z+a}{x+a}$$

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

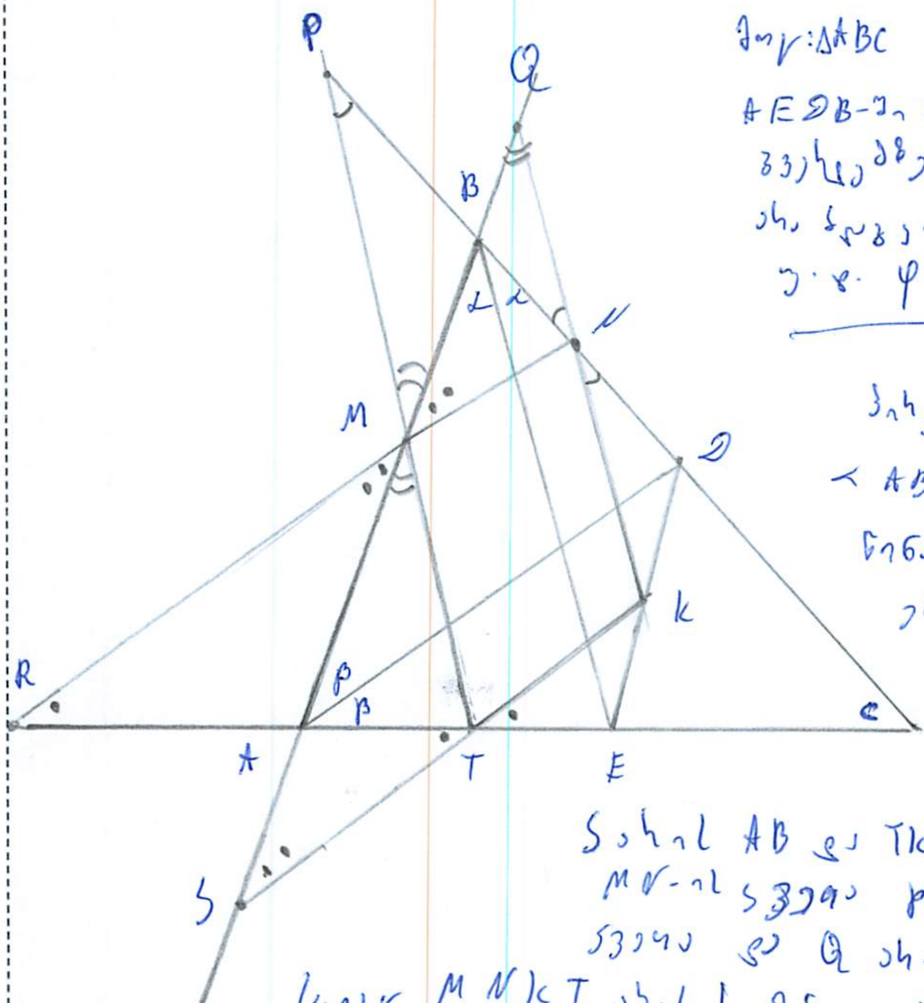
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 55-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 9

04.05.2014/ მათ/IV/ ~~[illegible]~~ M427

ამოცანა № 5

გვერდი № 1(2)



მოც: ΔABC AD და BE ბისექტრისებია AEDB-ში ჩ.ხ. რომბი ისე, რომ მისი წვეროები ვერდებზეა φ არის ამ რომბის არა ბლაგვი კუთხე

უ.ტ. $\varphi \le max\{\angle BAC; \angle ABC\}$.

ვირჩევთ რომელიმე ~~[illegible]~~ $\angle BAC$ და $\angle ABC$-ს შორის სიმეტრიულია, ზოგადობის შეუზღუდავად ვიგულოთ $\angle ABC > \angle BAC$
$\angle ABC = 2\alpha$ $\angle BAC = 2\beta$.

S არის AB და TK-ს გადაკვ. R არის AC და MN-ის გადაკვ. P არის MT და BC-ს გადაკვ და Q არის AB და NK-ს გადაკვ. სადაც MNKT არის რომბი. $\angle DNK = \angle QNB = \angle NPM$ რადგან $MT \parallel NK$. $\angle BQN = \angle PMB = \angle AMT$ ანალოგიურად. $\angle ETK = \angle ATS = \angle ARM$ და $\angle BMN = \angle RMA = \angle AST$.

$\angle AEB = 180 - 2\beta - \alpha$ და $\angle ADB = 180 - 2\alpha - \beta$. რომბის ვარდ, ვთქვათ)) + •• და უნდა დავამტკიცოთ, რომ)) + •• $\le 2\alpha$

ამისთვის) +)) = 2α (ΔBBM-დან) და • + •• = 2β (ΔSAT-დან)

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 55-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 9

04.05.2014/ მათ/IV/ ~~[illegible]~~
M 427

ამოცანა № 6

გვერდი № 1

ვიპოვოთ რომელიმე ერთი ~~[illegible]~~ n^k და ამ რიცხვ
ვექტორი ავაგოთ ისეთი რომლისთვის სიმრავლე და ეს
სიმრავლე იქნება [illegible] [illegible] დავამტკიცოთ